

**УРАВНОВЕСЯВАНЕ НА ИНЕРЦИОННИ СИЛИ В ЕДНОЦИЛИНДРОВИ  
ХИПОЦИКЛОИДНИ БУТАЛНИ МАШИНИ****BALANCING THE INERTIA FORCES OF SINGLE CYLINDER HYPOCYCLOIDAL  
RECIPROCATING MACHINES****Владимир Енчев\***

Технически университет-Габрово

Статията е постъпила на 18 април 2016 г.; приета за отпечатване на 10 май 2016 г.

**Abstract**

The purpose of this article is to determine the inertia forces of reciprocating moving masses of single cylinder hypocycloidal reciprocating machines and to present opportunities for their balance. Balancing of the rotating masses in the mechanism is possible by known methods with counterweights. Unbalanced inertia force of reciprocating moving masses of the piston and the point mass of the rod remains. This force can't be ignored in high-speed compressors. On the other hand it is significant difficulty to balance this force and requires deeper study to find ways to eliminate or limit its impact.

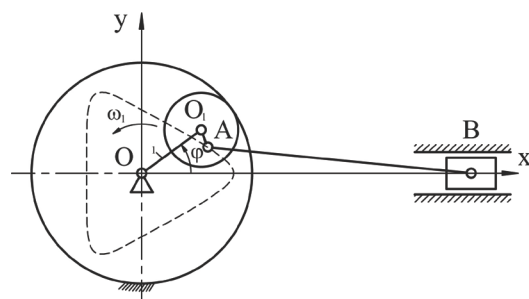
**Keywords:** hypocycloidal reciprocating machines, balancing, inertia forces.**ВЪВЕДЕНИЕ**

Хипоциклоидните бутални машини се отличават с това, че тяхната конструкция е базирана на петзвенева зъбно-лостов предавателен механизъм за преобразуване на въртеливото движение във възвратно постъпателно. Изследвано е вграждането на тази конструкция в бутални компресори за сгъстен въздух. Задвижването чрез зъбно-лостов механизъм позволява удължаване на времето за засмукване за сметка на скъсяване времето за изтласкване на работния флуид без да се променя средната скорост за един работен цикъл. Възможностите за увеличаване на производителността на буталните компресори чрез приложението на зъбно-лостов предавателен механизъм в тяхната конструкция са представени в [1],[2] и [3]. Като цяло проблемите по синтеза и анализа на хипоциклоидни бутални машини е разгледан по-дълбоко в [3].

Целта на настоящата статия е да се определят инерционните сили от постъпателно движещи се маси в едноцилиндрова хипоциклоидна бутална машина и да се представят възможностите за тяхното уравновесяване. Уравновесяването на въртящите се маси в механизма се извършва посредством известните методи с противотежести, като най-често се преследва частично уравновесяване. Неуравновесена остава инерционната сила от постъпателно движещите се маси на буталото и разпределената в тази точка маса от мотовилката. Тази сила не може да се пренебрегне при работата на високоскоростните компресори. От друга страна нейното уравновесяване поражда значителни трудности, което изисква по-задълбоченото изучаване за намиране на начини за премахване или ограничаване на нейното въздействие.

**ИЗЛОЖЕНИЕ**

При хипоциклоидните бутални машини може да се реализират различни закони на движение на буталото. Това се постига чрез различната ориентация на хипоциклоидата в равнината на движение на механизма. С оглед на направените изследвания по темата за хипоциклоидните механизми може да се приеме за достатъчно изследването на инерционните сили в два варианта на ориентация на хипоциклоидата, за които се счита че са най-приложими. Първият вариант е показан на Фиг.1. При него удължението на фазата на засмукване се постига посредством условен престой на буталото. В този случай хипоциклоидата е разположена симетрично спрямо оста  $x$ .



Фиг. 1

Кинематичният анализ на механизма е изложен по-дълбоко в [3]. Предавателната функция на механизма на практика представлява израза за координатата на т.В по оста  $x$ , т.е.  $S = x_B$ . За кинематичната схема, показана на Фиг. 1 предавателната функция се описва от следния израз:

\* Тел.:359 66 827 328; e-mail: enchevvn@abv.bg

$$S = R \left[ \cos \varphi + \theta \cos 2\varphi + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 (\sin \varphi - \theta \sin 2\varphi)^2} \right] \quad (1)$$

В (1) са използвани отношенията  $\lambda$  и  $\theta$

$$\lambda = \frac{R}{L}, \quad \theta = \frac{r}{R},$$

където  $R = OO_1$  е дължина на водилото в планетния механизъм;  $r = O_1A$  е дължината на сателитното коляно;  $L = AB$  е дължината на мотовилката. На практика  $\lambda$  и  $\theta$  са по-малки от единица, за да се осигури превъртане на началното звено в механизма. Израза (1) може да се преобразува чрез развитие на корена от третия член в степенен ред, т.е.

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - \lambda^2 (\sin \varphi - \theta \sin 2\varphi)^2} &= 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 (\sin \varphi - \theta \sin 2\varphi)^2 - \\ &- \frac{1}{2.4} \lambda^4 (\sin \varphi - \theta \sin 2\varphi)^4 - \frac{1.3}{2.4.6} \lambda^6 (\sin \varphi - \theta \sin 2\varphi)^6 - \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Извършват се тригонометричните преобразования върху изразите под втора, четвърта и шеста степен:

$$\begin{aligned} (\sin \varphi - \theta \sin 2\varphi)^2 &= \frac{1 + \theta^2}{2} - \theta \cos \varphi - \frac{1}{2} \cos 2\varphi + \theta \cos 3\varphi - \\ &- \frac{\theta^2}{2} \cos 4\varphi; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (\sin \varphi - \theta \sin 2\varphi)^4 &= \frac{3}{8} (1 - \theta^4) - \frac{1}{2} (2\theta + 3\theta^3) \cos \varphi - \\ &- \frac{1}{4} (2 + 3\theta^2) \cos 2\varphi + \frac{3}{2} (\theta + \theta^3) \cos 3\varphi - \\ &- \frac{1}{8} (12\theta^2 + 4\theta^4 - 1) \cos 4\varphi - \frac{1}{2} (\theta - \theta^3) \cos 5\varphi + \\ &+ \frac{3}{4} \theta^2 \cos 6\varphi \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (\sin \varphi - \theta \sin 2\varphi)^6 &= \frac{1}{32} (10 + 75\theta^2 + 90\theta^4 + 10\theta^6) - \\ &- \frac{3}{16} (5\theta + 20\theta^3 + 2\theta^5) \cos \varphi - \frac{15}{32} (1 + 4\theta^2 + 2\theta^4) \cos 2\varphi + \\ &+ \frac{1}{16} (27\theta + 80\theta^3 + 6\theta^5) \cos 3\varphi - \\ &- \frac{3}{32} (20\theta^2 + 40\theta^4 + 5\theta^6 - 2) \cos 4\varphi - \\ &- \frac{3}{16} (5\theta - \theta^5) \cos 5\varphi + \frac{1}{32} (60\theta^2 + 45\theta^4 - 1) \cos 6\varphi \end{aligned} \quad (5)$$

След заместване на (3), (4) и (5) в (2), биномното развитие може да се трансформира в ред от косинус функции, като се пренебрегва доказателството дали това е ред на Фурие, тъй като едва ли би било от особена полза за практическите цели. За предавателната функция се получава следния израз, представен до шестия хармоник:

$$S = R(C_0 + C_1 \cos \varphi + C_2 \cos 2\varphi + C_3 \cos 3\varphi + C_4 \cos 4\varphi + C_5 \cos 5\varphi + C_6 \cos 6\varphi + \dots) \quad (6)$$

Коефициентите  $C_0, C_1, C_3 \dots C_6 \dots$  са функция на отношенията  $\lambda$  и  $\theta$

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} (1 + \theta^2) - \frac{3}{64} \lambda^3 (1 - \theta^4) - \frac{5\lambda^5}{512} (2 + 15\theta^2 + 18\theta^4 + 2\theta^6) \\ C_1 &= 1 + \frac{\lambda\theta}{2} + \frac{\lambda^3\theta}{16} (2 + 3\theta^2) + \frac{3}{256} \lambda^5 \theta (5 + 20\theta^2 + 2\theta^4) \\ C_2 &= \theta + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda^3}{32} (2 + 3\theta^2) + \frac{15}{512} \lambda^5 (1 + 4\theta^2 + 2\theta^4) \\ C_3 &= -\frac{\lambda\theta}{2} - \frac{3}{16} \lambda^3 \theta (1 + \theta^2) - \frac{\lambda^5\theta}{256} (27 + 80\theta^2 + 6\theta^4) \\ C_4 &= \frac{\lambda\theta^2}{4} - \frac{\lambda^3}{64} (1 - 12\theta^2 - 4\theta^4) - \frac{3\lambda^5}{256} (1 - 10\theta^2 - 20\theta^4) \\ C_5 &= \frac{1}{16} \lambda^3 \theta (1 - \theta^2) + \frac{3}{256} \lambda^5 \theta (5 - \theta^4) \\ C_6 &= -\frac{3}{32} \lambda^3 \theta^2 + \frac{1}{512} \lambda^5 (1 - 60\theta^2 - 45\theta^4) \end{aligned}$$

Тъй като  $\lambda < 1$  и  $\theta < 1$ , стойностите на коефициентите  $C_i$  намаляват бързо с нарастване на индекса  $i$ . От зависимостта (6) определяме първа и втора предавателна функция чрез диференциране:

$$\dot{S} = -R(C_1 \sin \varphi + 2C_2 \sin 2\varphi + 3C_3 \sin 3\varphi + 4C_4 \sin 4\varphi + 5C_5 \sin 5\varphi + 6C_6 \sin 6\varphi + \dots) \quad (7)$$

$$\ddot{S} = -R(C_1 \cos \varphi + 2^2 C_2 \cos 2\varphi + 3^2 C_3 \cos 3\varphi + 4^2 C_4 \cos 4\varphi + 5^2 C_5 \cos 5\varphi + 6^2 C_6 \cos 6\varphi + \dots) \quad (8)$$

От изразите (7) и (8) изразяваме скоростта и ускорението на буталото, както следва

$$v_B = \dot{S}\omega_1 = -R\omega_1 (C_1 \sin \varphi + 2C_2 \sin 2\varphi + 3C_3 \sin 3\varphi + 4C_4 \sin 4\varphi + 5C_5 \sin 5\varphi + 6C_6 \sin 6\varphi + \dots) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a_B = \ddot{S}\omega_1^2 &= -R\omega_1^2 (C_1 \cos \varphi + 2^2 C_2 \cos 2\varphi + \\ &+ 3^2 C_3 \cos 3\varphi + 4^2 C_4 \cos 4\varphi + 5^2 C_5 \cos 5\varphi + \\ &+ 6^2 C_6 \cos 6\varphi + \dots) \end{aligned} \quad (10)$$

Подобно на известните подходи при коляно-мотовилков механизъм теоретично инерционната сила може да се представи като безкрайна сума, т.е.

$$\Phi_B = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 + \dots = \sum_{i=1..n} \Phi_i \quad (11)$$

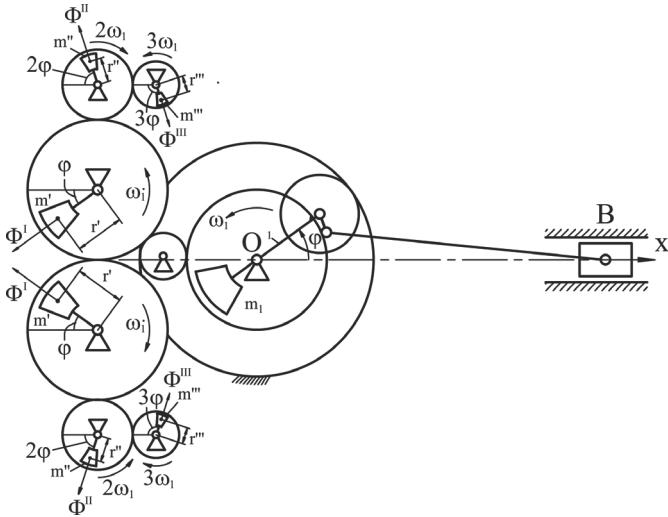
Където отделните събираеми са инерционните сили от  $i$ -ти порядък и се определят от изразите

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= m_B R C_1 \omega_1^2 \cos \varphi \\ \Phi_2 &= m_B R C_2 (2\omega_1)^2 \cos 2\varphi \\ \Phi_3 &= m_B R C_3 (3\omega_1)^2 \cos 3\varphi \\ \Phi_4 &= m_B R C_4 (4\omega_1)^2 \cos 4\varphi \\ &\dots \dots \dots \\ \Phi_i &= m_B R C_i (i\omega_1)^2 \cos i\varphi \end{aligned} \quad (12)$$

С нарастването на индекса намалява амплитудата на хармоничната функция, следователно силите от по-голям порядък са по-малки.

Уравновесяването на инерционните сили може да се извърши с балансиращото устройство на Lanchester, както е показано в [4] и [5] за коляно-мотовилков механизъм. На Фиг. 2 е показана схема на възможното уравновесяване на силите от I, II и III порядък. За изследва-

ния зъбно-лостов механизъм със съотношение на диаметрите на колелата 3:1 е логично да се вземат под внимание инерционните сили от III порядък.



Фиг. 2

Масите  $m'$ ,  $m''$  и  $m'''$  се въртят синхронно с водилото на планетния механизъм. Положението на тези маси се синхронизира при  $\varphi = 0$ , като се отчита и знака на коефициентите  $C_i$ , които определят посоката на двойките сили  $\Phi'$ ,  $\Phi''$  и  $\Phi'''$ . Хоризонталните компоненти на тези сили се събират, т.е.

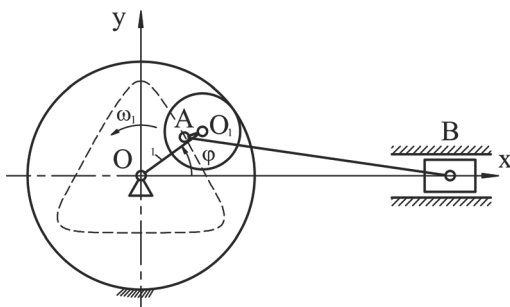
$$2\Phi'_x = \Phi_1; 2\Phi''_x = \Phi_2; 2\Phi'''_x = \Phi_3$$

Следваща стъпка е определянето на статичните моменти, уравновесяващи инерционните сили от I, II и III порядък

$$m'r' = \frac{1}{2}m_B RC_1; m''r'' = \frac{1}{2}m_B RC_2; m'''r''' = \frac{1}{2}m_B RC_3$$

Модела на Фиг. 2 представя почти пълно уравновесяване на инерционните сили в едноцилиндрова хипоциклоидна бутална машина с кинематична схема като на Фиг. 1.

Втория вариант, който се разглежда е показан на Фиг. 3. При него се постига увеличаване на фазата на засмукване чрез удължаване на пътя на буталото в тази фаза. Хипоциклоидата е завъртяна на  $90^\circ$  по посока на въртенето на началното звено, спрямо нейното разположение във варианта от Фиг. 1.



Фиг. 3

Предавателната функция за кинематичната схема от Фиг. 3 има вида:

$$S = R \left[ \cos \varphi - \theta \sin 2\varphi + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 (\sin \varphi - \theta \cos 2\varphi)^2} \right] \quad (13)$$

И тук корена от третия член се представя като биномно разложение, като се вземат членовете до шеста степен:

$$\sqrt{1 - \lambda^2 (\sin \varphi - \theta \cos 2\varphi)^2} = 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 (\sin \varphi - \theta \cos 2\varphi)^2 - \frac{1}{2.4} \lambda^4 (\sin \varphi - \theta \cos 2\varphi)^4 - \frac{1.3}{2.4.6} \lambda^6 (\sin \varphi - \theta \cos 2\varphi)^6 - \dots \quad (14)$$

Извършват се преобразованията в следващите изрази:

$$(\sin \varphi - \theta \cos 2\varphi)^2 = \frac{1 + \theta^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\varphi + \frac{\theta^2}{2} \cos 4\varphi + \theta \sin \varphi - \theta \sin 3\varphi \quad (15)$$

$$\begin{aligned} (\sin \varphi - \theta \cos 2\varphi)^4 &= \frac{3}{8} (1 + 12\theta^2 + \theta^4) - \\ &- \frac{1}{4} (2 + 9\theta^2 - 2\theta^4) \cos 2\varphi + \frac{1}{8} (1 + 12\theta^2 + 4\theta^4) \cos 4\varphi \\ &- \frac{3}{4} \theta^2 \cos 6\varphi + 2\theta \sin \varphi - \frac{\theta^2}{2} (6 - \theta) \sin 2\varphi - \frac{3}{2} \theta \sin 3\varphi - \\ &- \frac{\theta^3}{2} \sin 4\varphi + \frac{\theta}{2} \sin 5\varphi \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (\sin \varphi - \theta \cos 2\varphi)^6 &= \frac{5}{32} (2 + 21\theta^2 + 6\theta^4 + 2\theta^6) - \\ &- \frac{15}{32} (1 + 48\theta^2 - \theta^4 - \theta^6) \cos 2\varphi + \\ &+ \frac{3}{16} (1 + 20\theta^2 - 5\theta^4 - \theta^6) \cos 4\varphi - \\ &- \frac{1}{32} (1 + 60\theta^2 - 15\theta^4 + \theta^6) \cos 6\varphi + \\ &+ \frac{45}{16} \sin \varphi - \frac{15}{16} \theta^3 (2 + \theta^2) \sin 2\varphi - \frac{33}{16} \theta \sin 3\varphi - \\ &- \frac{3}{4} \theta^5 \sin 4\varphi + \frac{1}{16} \theta^3 (10 - 3\theta^2) \sin 6\varphi \end{aligned} \quad (17)$$

След заместване на (15), (16) и (17) в (14), то от израза (13) се получава новият вид на предавателната функция и поради неговата сложност е добре да се представи като сума от две функции

$$S = S^I + S^{II}, \quad (18)$$

За първата функция се получава

$$S^I = R(C_0^I + \cos \varphi + C_2^I \cos 2\varphi + C_4^I \cos 4\varphi + C_6^I \cos 6\varphi + \dots), \quad (19)$$

където коефициентите  $C_i^I$  имат вида

$$\begin{aligned} C_0^I &= \frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} (1 + \theta^2) - \frac{3}{64} \lambda^3 (1 + 12\theta^2 + \theta^4) - \frac{5\lambda^5}{512} (2 + 21\theta^2 + 6\theta^4 + 2\theta^6) \\ C_2^I &= \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda^3}{32} (2 + 9\theta^2 - 2\theta^4) + \frac{15}{512} \lambda^5 (1 + 48\theta^2 - \theta^4 - \theta^6) \\ C_4^I &= -\frac{\lambda\theta^2}{4} - \frac{\lambda^3}{64} (1 + 2\theta^2 - \theta^4) - \frac{3\lambda^5}{256} (1 + 2\theta^2 - 5\theta^4 + \theta^6) \\ C_6^I &= \frac{3}{32} \lambda^3 \theta^2 + \frac{1}{512} \lambda^5 (1 + 60\theta^2 - 15\theta^4 + \theta^6). \end{aligned}$$

За втората функция от (18) имаме

$$S^{II} = R(C_1^{II} \sin \varphi + C_3^{II} \sin 3\varphi + C_5^{II} \sin 5\varphi + C_6^{II} \sin 6\varphi + \dots) \quad (20)$$

Изразяваме синусите с косинуси  $\sin(i\varphi) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\varphi\right)$ .

Появата на  $\frac{\pi}{2}$  е закономерна, съгласно началното дефазироване на хипоциклоидата. Така (20) добива вида

$$S'' = R\left(C_1'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + C_2'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right) + C_3'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3\varphi\right) + C_4'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4\varphi\right) + C_5'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5\varphi\right) + C_6'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 6\varphi\right) + \dots\right), \quad (21)$$

където  $C_1'' = -\frac{\lambda\theta}{2} - \frac{\lambda^3\theta}{4} - \frac{45}{256}\lambda^5\theta$ ;

$$C_2'' = -\theta + \frac{\lambda^3\theta^2}{32}(6-\theta) + \frac{15}{256}\lambda^5\theta^3(2+\theta^2)$$

$$C_3'' = \frac{\lambda\theta}{2} + \frac{3}{16}\lambda^3\theta + \frac{33}{256}\lambda^5\theta; \quad C_4'' = \frac{\lambda^3\theta^3}{16} + \frac{3}{64}\lambda^5\theta^5;$$

$$C_5'' = -\frac{\lambda^3\theta}{16}; \quad C_6'' = -\frac{\lambda^5\theta^3}{256}(10-3\theta^2).$$

Следва диференциране и определяне на компонентите на първата и втората предавателни функции от първия член на (18).

$$\dot{S}' = -R(\sin\varphi + 2C_2' \sin 2\varphi + 4C_4' \sin 4\varphi + 6C_6' \sin 6\varphi + \dots) \quad (22)$$

$$\ddot{S}' = -R(\cos\varphi + 2^2 C_2' \cos 2\varphi + 4^2 C_4' \cos 4\varphi + 6^2 C_6' \cos 6\varphi + \dots) \quad (23)$$

Същото действие се извършва и спрямо втория член от (18) и се получава следното:

$$\dot{S}'' = R\left(C_1'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + 2C_2'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right) + 3C_3'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3\varphi\right) + 4C_4'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 4\varphi\right) + 5C_5'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5\varphi\right) + 6C_6'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 6\varphi\right) + \dots\right) \quad (24)$$

$$\ddot{S}'' = -R\left(C_1'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + 2^2 C_2'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right) + 3^2 C_3'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3\varphi\right) + 4^2 C_4'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4\varphi\right) + 5^2 C_5'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5\varphi\right) + 6^2 C_6'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 6\varphi\right) + \dots\right) \quad (25)$$

От изразите за компонентите на предавателните функции (22),(23),(24),(25), определени по-горе намираме компонентите на скоростта и ускорението на буталото.

$$v_B' = \dot{S}' \frac{d\varphi}{dt} = \dot{S}' \omega_1 = -R\omega_1 (\sin\varphi + 2C_2' \sin 2\varphi + 4C_4' \sin 4\varphi + 6C_6' \sin 6\varphi + \dots) \quad (26)$$

$$v_B'' = \dot{S}'' \frac{d\varphi}{dt} = \dot{S}'' \omega_1 = R\omega_1 \left(C_1'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + 2C_2'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right) + 3C_3'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3\varphi\right) + 4C_4'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 4\varphi\right) + 5C_5'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5\varphi\right) + 6C_6'' \sin\left(\frac{\pi}{2} - 6\varphi\right) + \dots\right) \quad (27)$$

$$a_B' = \ddot{S}' \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{S}' \omega_1^2 = -R\omega_1^2 (\cos\varphi + 2^2 C_2' \cos 2\varphi + 4^2 C_4' \cos 4\varphi + 6^2 C_6' \cos 6\varphi + \dots) \quad (28)$$

$$a_B'' = \ddot{S}'' \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{S}'' \omega_1^2 = -R\omega_1^2 \left(C_1'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + 2^2 C_2'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right) + 3^2 C_3'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3\varphi\right) + 4^2 C_4'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4\varphi\right) + 5^2 C_5'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5\varphi\right) + 6^2 C_6'' \cos\left(\frac{\pi}{2} - 6\varphi\right) + \dots\right) \quad (29)$$

Инерционната сила може да се представи като сума от две компоненти

$$\Phi_B = \Phi_B' + \Phi_B''$$

$$\Phi_B' = \Phi_1' + \Phi_2' + \Phi_4' + \Phi_6' + \dots = \sum_{i=1,2,4,6,\dots} \Phi_i' \quad (30)$$

$$\Phi_B'' = \Phi_1'' + \Phi_2'' + \Phi_3'' + \Phi_4'' + \Phi_5'' + \Phi_6'' + \dots = \sum_{i=1..n} \Phi_i'' \quad (31)$$

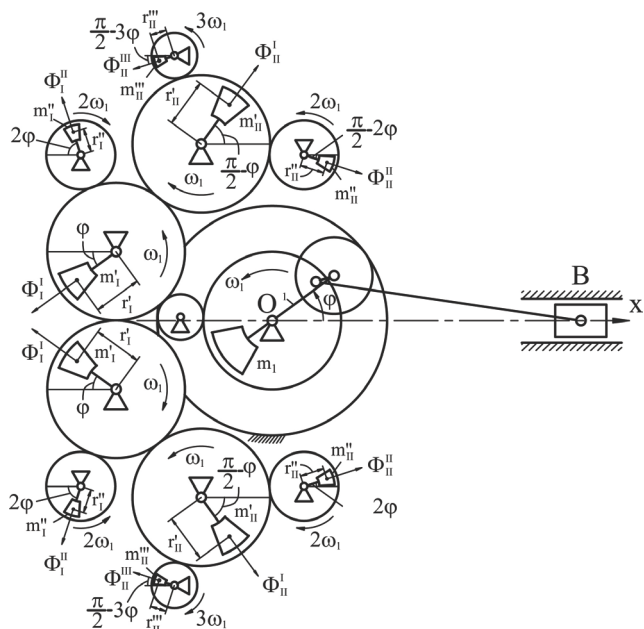
За инерционните сили от  $i$ -ти порядък се получава

$$\begin{aligned} \Phi_1' &= m_B R \omega_1^2 \cos\varphi \\ \Phi_2' &= m_B R C_2' (2\omega_1)^2 \cos 2\varphi \\ \Phi_4' &= m_B R C_4' (4\omega_1)^2 \cos 4\varphi \\ &\dots \\ \Phi_i' &= m_B R C_i' (i\omega_1)^2 \cos i\varphi \\ \Phi_1'' &= m_B R C_1'' \omega_1^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \\ \Phi_2'' &= m_B R C_2'' (2\omega_1)^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right) \\ \Phi_3'' &= m_B R C_3'' (3\omega_1)^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3\varphi\right) \\ \Phi_4'' &= m_B R C_4'' (4\omega_1)^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4\varphi\right) \\ &\dots \\ \Phi_i'' &= m_B R C_i'' (i\omega_1)^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - i\varphi\right) \end{aligned}$$

С нарастването на индекса намалява амплитудата на хармоничната функция, следователно силите от по-голям порядък са по-малки.

Уравновесяването на инерционните сили за разглеждания вариант от Фиг.2 и схемата на разположение на балансиращите механизми са дадени на Фиг.4. От (30) са уравновесени силите от I и II порядък, а от (31)

са уравновесени силите от I, II и III порядък. Уравновесяването и на двете компоненти на инерционната сила  $\Phi'_B$  и  $\Phi''_B$  е направено с общ механизъм, който е видимо по-сложен от този на Фиг. 2. Масите  $m'_I$ ,  $m''_I$ ,  $m'_II$ ,  $m''_II$  и  $m'''_II$  се въртят синхронно с водилото на планетния механизъм. Положението на тези маси се синхронизира при  $\varphi = 0$ , като се отчита дефазиранието на  $\frac{\pi}{2}$  и знака на коефициентите  $C'_I$ ,  $C''_I$ , които определят посоката на двойките сили  $\Phi'_I$ ,  $\Phi''_I$ ,  $\Phi'_II$ ,  $\Phi''_II$  и  $\Phi'''_II$ .



Фиг. 4

Последна стъпка е определянето на статичните моменти,

$$m'_I r'_I = \frac{1}{2} m_B R; \quad m''_I r''_I = \frac{1}{2} m_B R C_2^I;$$

$$m'_II r'_II = \frac{1}{2} m_B R C_1^{II}; \quad m''_II r''_II = \frac{1}{2} m_B R C_2^{II};$$

$$m'''_II r'''_II = \frac{1}{2} m_B R C_3^{II}.$$

Модела на Фиг. 4 представя почти пълно уравновесяване на инерционните сили в едноцилиндрова хипоциклоидна бутална машина с кинематична схема като на Фиг. 3.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

След сравнение на схемите от Фиг. 2 и Фиг. 4 може да се направи извода, че за уравновесяване на силите от I, II и III порядък, варианта на кинематична схема от Фиг. 1 е по-благоприятен. Механизма за уравновесяване от Фиг. 2 е видимо по-прост. Завъртането на хипоциклоидата на  $90^\circ$  по посока на въртенето на началното звено (виж Фиг. 3), поражда допълнителни компоненти на инерционната сила и усложнява уравновесяването значително.

От това, че  $\lambda < 1$  и  $\theta < 1$ , следва че произведението им е още по-малко и може да се пренебрегне. В случай на пренебрегване на силите от III порядък, схемата на уравновесяване и на двата варианта ще се опрости значително, тъй като  $C_3$ ,  $C_1^{II}$  и  $C_3^{II}$ , респективно  $\Phi_3$ ,  $\Phi_1^{II}$  и  $\Phi_3^{II}$  са от един порядък и са пренебрежимо малки.

Интерес поражда изразът за коефициента  $C_4^I$ , който за различни стойности на  $\lambda$  и  $\theta$  може самият той или част от членовете му да са равни на нула. Това води до предположение, че съществува двойка стойности на  $\lambda$  и  $\theta$ , за които е възможно  $C_4^I = 0$ , т.е. инерционната сила от IV порядък изчезва. Или най-малкото да се потърси двойка стойности на  $\lambda$  и  $\theta$ , за които  $C_4^I$  има минимум за подобряване динамичните характеристики на хипоциклоидната бутална машина с кинематична схема като на Фиг. 3.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Енчев, Вл. Възможно приложение на епициклически механизъм в бутален компресор. Механика на машините, бр.53, 2004.
- [2] Енчев, Вл. Хипоциклоиден компресор с удължена фаза на засмукване. Известия на ТУ-Габрово, бр. 36, 2008.
- [3] Енчев, Вл. Структурен анализ и метричен синтез на хипоциклоидни бутални машини. Дисертация за получаване на образователна и научна степен: Доктор, Габрово, 2011.
- [4] Константинов, М., А. Вригазов, Е. Станчев, И. Неделчев. Теория на механизмите и машините. Техника, София, 1980.
- [5] Минчев, Н., В. Живков, К. Енчев, П. Стоянов. Теория на механизмите и машините. Техника, София, 1991.