

12 Изследване процесите на трептене на течност в U - видна тръба

Теоретична обосновка

Трептения се наричат движения или процеси които се извършват с определена повторяемост във времето. В зависимост от физическата природа на повтарящите се процеси трептенията биват: механически, електрически, електромагнитни и др. Трептенията биват още свободни и принудени в зависимост от характера на самата сила. Една система извършва свободни трептения, когато е изведена от равновесното си състояние и е оставена сама на себе си. Ако върху системата действа външна периодична сила след определен интервал време системата започва да трепти с честотата на тази сила т.е. извършва принудени трептения.

Свободните трептения биват незатихващи и затихващи. Незатихващите трептения са идеализация, при която системата може да трепти безкрайно дълго време. В реалния случай трептенията на всяка система са затихващи. Най-просто трептене е хармоничното незатихващо трептене, при което движението на системата се описва по синусов или косинусов закон:

$$X = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (22.1)$$

където, X е отклонението на системата от равновесното положение в момента t (нарича се още *елонгация*), A_0 – най-голямото отклонение от равновесното положение (*амплитуда*), ω_0 – *собствена честота*, φ – *начална фаза* на трептенията (фазата при $t = 0$).

Затихващото хармонично трептене се описва със закона

$$X = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (22.2)$$

където β се нарича *коэффициент на затихване* и характеризира бързината, с която намалява във времето амплитудата на трептенията (поради загуба на енергия), $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – *кръгова честота* на трептенията.

Времето за едно пълно трептене на системата около равновесното положение се нарича *период* и се означава с T . Броят на трептенията за единица време се нарича *честота* на трептенията ν . Нейната единица в SI е херц ($\text{Hz} = \text{S}^{-1}$). Връзката между ω , ν и T е:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T \quad (22.3)$$

Физическият смисъл на ω се изразява чрез броя на трептенията за 2π единици време.

Най-характерната особеност на затихващите трептения е силното (по експоненциален закон) намаляване на амплитудата.

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (22.4)$$

В момент $t = 0$ тя е равна на A_0 , а след време $t_1 = T$, $t_2 = 2T$ и т. н. ще бъде съответно

$$A_1 = A_0 e^{-\beta T}, \quad A_2 = A_1 = A_0 e^{-2\beta T}$$

Отношението на две последователни амплитуди е едно и също.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = e^{+\beta T}$$

Натуралният логаритъм на това отношение се нарича *логаритмичен декремент на затихване* λ .

$$\lambda = \ln(A_1 / A_2) = \beta T \quad (22.5)$$

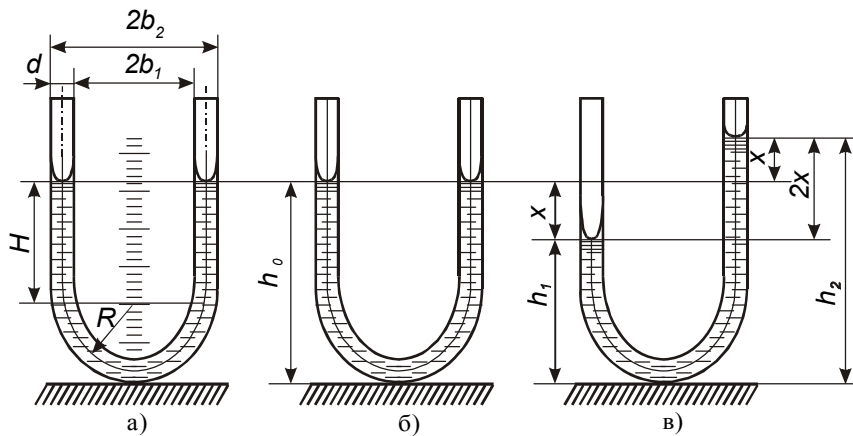
Като се знае периодът T и логаритмичният декремент на затихване λ , (определя се чрез измерване на две последователни амплитуди), може да се пресметне β , а чрез него - коефициента на съпротивление на средата r , в която се извършва трептението:

$$r = 2\beta m, \quad (22.6)$$

където m е масата на трептящата система.

Опитна постановка

Изследваната трептяща система е определено количество течност, поставено в U - видна тръба.



Фиг. 22.1.

Нивото на течността в двете колена фиг. 22.1 а е на еднаква височина h_0 при равновесие т.е. хидростатичното налягане p_0 (силата на тежестта на течността G , отнесена за единица площ) е еднакво в двете колена и се дава с израза

$$p_0 = G/S = mg/S = \rho Vg/S = \rho Sh_0g/S = \rho gh_0$$

където S е напречното вътрешно сечение на тръбата m , ρ и V са съответно маса, специфична плътност и обем на течността, g – земното ускорение.

Чрез наклоняване на U - видната тръба (извеждане на течността от равновесното състояние, така че височината на течността в двете колена да е различна) хидростатичното налягане в двете колена е различно. Тогава върху целия стълб действа сила, която е насочена към равновесието (нейният знак е минус).

$$F = (p_2 - p_1)S = \rho g S(h_2 - h_1).$$

Нека $h_2 - h_1 = 2x$ (виж фиг. 22.1 в), $2\rho g S = K$ (постоянна величина).

За тази сила се получава израза $F = Kx$, т. е. както в закона на Хук. Ако се пренебрегнат силите на триене, върху тази трептяща система действа само квазиеластичната сила и съгласно втория закон на Нютон за едномерен случай се получава:

$$a = Kx/m = \omega_0^2 x,$$

където a е ускорението, $K/m = \omega_0^2 = \frac{2\rho g S}{\rho \ell S}$

От (22.3) следва, че периодът на собствени незатихващи трептения на течност в U - видна тръба е:

$$T_0 = \sqrt{\frac{2\pi^2 \ell}{g}}, \quad (22.7)$$

където ℓ – е дължината на стълба течност.

Задачи и указания за изпълнението им

Задача 1. *Да се изследва зависимостта на периода на трептене на течност в U - видна тръба от дължината на стълба течност.*

За целта в U - видна тръба се наливат различни количества течност така че да се изменя дължината на стълба, който се определя по осовата линия на тръбата (виж фиг. 22.1 а) по формулата:

$$\ell = 2H + \pi R$$

След като течността се изведе от равновесие и се остави да трепти свободно с помощта на секундомер се измерва времето t за N пълни трептения (в случая е добре $N = 4$ или 5) засичането на пълните трептения става при максималните отклонения на течността в едно от колената. Опитно установения период се определя по формулата $T = t / N$.

Резултатите се представят таблично и графично. По (22.7) се определя теоретичния период за различните дължини воден стълб (табл. 22.1).

Задача 2. Да се определи стойността на логаритмичния декремент на затихване λ .

За целта се определя началната амплитуда A_1 и амплитудата на N – трептене A_N .

$$\lambda = \frac{\ln \left(\frac{A_1}{A_N} \right)}{N}$$

За по голяма точност на стойността на λ се извършват няколко измервания (от 5 до 10) и се пресмята средна аритметична стойност и средна квадратична грешна на средния резултат (табл. 22.2).

Задача 3. Да се определи коефициента на затихване β .

Използва се (22.5) $\beta = \lambda / T$.

Периодът на собствените трептения на стълба течност се определя или какво в задача 1 или чрез интерполация от графичната зависимост $T = f(\ell)$.

Задача 4. Да се определи коефициента на триене r .

Изчислява се масата на течността в тръбата по формулата

$$m = \rho \ell \pi d^2 / 4,$$

където d е диаметъра на U - видната тръба. Плътността на течността при съответната температура се взема от справочника. Коефициента на триене се изчислява по (22.6).

Таблица 22.1

| № | h_0 , cm | ℓ , m | $\sqrt{\ell}$, m ^{-1/2} | t_0 , s | T_0 | T |
|---|------------|------------|-----------------------------------|-----------|-------|-----|
| | | | | | | |

Таблица 22.2

| № | h | T | A_1 | A_5 | A_1/A_5 | $\ln A_1/A_5$ | λ | β | r |
|---|-----|-----|-------|-------|-----------|---------------|-----------|---------|-----|
| | | | | | | | | | |